
AℓZAGK Seminarplan SS 2010

1 Einleitung 06.04.

ABC-Vermutung, zentrale Bedeutung für diophantische Gleichungen, einige einfache Folgerungen.

Literatur: [Lan93],[Whe02],[Cra09],[Lan90],[Elk07],[Wik],[Nit]

2 Diophantisches in Polynomringen (1) 13.04.

Satz von Mason, Satz von Fermat, Satz von Davenport.

Literatur: [Lem05],[Gun],[Bar10]

3 Diophantisches in Polynomringen (2) 20.04.

Verallgemeinerter Satz von Mason, Verallgemeinerte Fermatsche Gleichung.

Literatur: [BTH04]

4 Dichte quadratfreier Polynomwerte (1) 27.04.

Vorbereitung für den Satz von Granville (1.6), bis einschließlich 1.11.

Literatur: [Pot09]

5 Dichte quadratfreier Polynomwerte (2) 04.05.

Beweis des Satzes von Granville (1.6).

Literatur: [Pot09]

6	Vermutung von Brocard + Vermutung von Erdős-Woods	11.05.
---	---	--------

Verallgemeinerte Vermutung von Brocard: Die Werte eines ganzzahligen Polynoms vom Grad $g \geq 2$ sind fast immer keine Fakultäten.

Vermutung von Erdős-Woods: Es gibt ein $k \in \mathbb{N}$, so dass jede natürliche Zahl $m \in \mathbb{N}$ durch die Radikale $\text{rad}(m+i)$ ($1 \leq i \leq k$) eindeutig bestimmt ist.

Literatur: [Luc02], [Luc06]

7	Wieferich-Primzahlen	18.05.
---	----------------------	--------

Es gibt $\gg \log(X)$ (verallgemeinerte) Nicht-Wieferich-Primzahlen kleiner als X .

Literatur: [Sil88]

8	Satz von Mordell/Faltings	25.05.
---	---------------------------	--------

Jede nichtsinguläre algebraische Kurve vom Geschlecht $g \geq 2$ über einem Zahlkörper K besitzt nur endlich viele K -rationale Punkte. Die ABC-Vermutung liefert einen vereinfachten Beweis und eine obere Schranke für die Höhe dieser Punkte.

Einführung der Grundbegriffe: Algebraische Kurven und ihr Geschlecht [HS00, A.4].

Literatur: [HS00],[Elk91],[vF99]

9	Satz von Mordell/Faltings	01.06.
---	---------------------------	--------

Höhenfunktionen: Weilsche Höhenmaschine [HS00, B.3]

Literatur: [HS00],[Elk91],[vF99].

10	Satz von Mordell/Faltings	08.06.
----	---------------------------	--------

Das Argument von Elkies [Elk91],[HS00, F4.2].

Literatur: [HS00],[Elk91],[vF99]

11 Kongruenzversion der *ABC*-Vermutung + Vermutung von Hall 15.06.

Die Kongruenzversion der *ABC*-Vermutung für einen Modul $m \geq 3$ impliziert die volle *ABC*-Vermutung.

Die Differenz von Kuben u^3 und Quadraten ist durch $K_\varepsilon |u|^{\frac{1}{2}-\varepsilon}$ nach unten beschränkt.

Literatur: [Nat00],[Eli00],[Whe02],[CHS09]

12 Vermutung von Szpiro 22.06.

Historischer Zugang zur *ABC*-Vermutung über vermutete Beschränktheit der minimalen Diskriminante Δ_{min} elliptischer Kurven über \mathbb{Q} durch den Führer f : $|\Delta_{min}| \ll f^{6+\varepsilon}$.

Literatur: [Sil09, §VIII.11], [Lan90],[HS00, §F.3, Exercise F.4]

Literaturverzeichnis

- [Bar10] Barbeau. Diophantine Equations for Polynomials. Skript: Kapitel 11, 2010.
- [BTH04] Morteza Bayat, Hossein Teimoori, and Mehdi Hassani. An Extension of ABC-Theorem. *RGMIA Research Report Collection*, 7:12–, Artikel - 2004.
- [CHS09] I. Jiménez Calvo, J. Herranz, and G. Sáez. A new Algorithm to search for small $|x^3 - y^2|$ Values. *Mathematics of Computation*, 78:2435–2444, Artikel - 2009.
- [Cra09] David A. Craven. The abc conjecture and related topics, Vortrag - 2009.
- [Elk91] Noam Elkies. ABC implies Mordell. *International Math. Research Notices*, 7:99–109, 1991.
- [Elk07] Noam Elkies. The ABC's of Number Theory. *The Harvard College Mathematics Review*, 1:57–76, Artikel - 2007.
- [Ell00] Jordan S. Ellenberg. Congruence ABC implies ABC. *Indagationes Mathematicae*, 11:197–200, Artikel - 2000.
- [Gun] Paul. E. Gunnells. Diophantine Equations in Polynomials. Vortrag.
- [HS00] M. Hindry and J.S. Silverman. *Diophantine Geometry*. Springer, 2000.
- [Lan90] Serge Lang. Old And New Conjectured Diophantine Inequalities. *Bulletin Of the American Mathematical Society*, 23:37–75, Artikel - 1990.
- [Lan93] Serge Lang. Die ABC-Vermutung. *Elemente der Mathematik*, 48:89–99, Artikel - 1993.
- [Lem05] Franz Lemmermeyer. Introduction to Algebraic Geometry, Chapter 2, Vorlesungsskript - 2005.
- [Luc02] Florian Luca. The Diophantine Equation $P(x)=n!$ and a Result of M. Overholt. *Glasnik Matematicki*, 37:269–273, Artikel - 2002.
- [Luc06] Florian Luca. Number Theory (Lecture 22). Lecture Notes, 2006.
- [Nat00] Melvyn B. Nathanson. *Elementary Methods in Number Theory*. Springer, 2000.
- [Nit] Abderrahman Nitaj. The ABC Conjecture Home Page. [Link](#).
- [Pot09] Lukas Pottmeyer. Die Dichte quadratfreier Werte ganzzahliger Polynome. Diplomarbeit - TU Dortmund, 2009.
- [Sil88] Joseph H. Silverman. Wieferich's Criterion and the abc-Conjecture. *Journal of Number Theory*, 30:226–237, 1988.
- [Sil09] Joseph H. Silverman. *The Arithmetic of Elliptic Curves*. 2. Aufl. Springer, 2009.

- [vF99] Machiel van Frankenhuysen. The ABC Conjecture implies Roth's Theorem and Mordell's Conjecture. *Math. Contemporanea*, 76:45–72, 1999.
- [Whe02] Jeffrey Paul Wheeler. The abc Conjecture. Master's thesis, University of Tennessee, Knoxville, Masterthesis - 2002.
- [Wik] Wikipedia. ABC-Vermutung. Wikipedia-Artikel.