
Seminar der WE AℓZAGK

Do 8:30-10:00 Uhr in MZH 7200

Die Gleichung

$$T^2 - DU^2 = 1,$$

wobei $D \in \mathbb{N}$ kein Quadrat ist, wurde von L. Euler fälschlich J. Pell zugeschrieben und wird seitdem Pell'sche Gleichung genannt. Sie trat allerdings schon in der Antike, bei Archimedes z.B., auf und wurde auch in der Indischen Mathematik des 7. Jahrhunderts erfolgreich behandelt.

Man sucht ganzzahlige Lösungen (T, U) der Gleichung, o.E. nichttrivial, d.h. mit $U \neq 0$, und kann sich auf $T, U > 0$ beschränken. Solche Lösungen existieren stets, und ist (t, u) die Lösung mit $t + u\sqrt{D}$ minimal, so gilt für die betrachteten Lösungen (T, U) :

$$T + U\sqrt{D} = (t + u\sqrt{D})^n$$

mit $n > 0$. Daher heißt (t, u) FundamentalLösung der Pell'schen Gleichung.

Die effektive Bestimmung der FundamentalLösung ist allerdings ein Problem: bei $D = 1621$ z.B. ist t eine Zahl mit 76 Dezimalstellen. Hier hat man anfangs mit Kettenbrüchen gearbeitet, bessere Algorithmen gibt es erst seit 20 Jahren (H.W. Lenstra, J. Buchmann et al). Dabei geht einiges über den reellquadratischen Zahlkörper $\mathbb{Q}(\sqrt{D})$ ein.

Diese neueren Ergebnisse werden dargestellt in:

MJ. Jacobson, H.C. Williams:
„Solving the Pell Equation“, Springer 2009.

Im WS 09/10 werden hierzu Vorträge vergeben.

Es werden keine Vorkenntnisse in Algebraischer Zahlentheorie vorausgesetzt; es können Seminarscheine zu Bereich I oder zu Bereich II erworben werden.

Näheres bei:

J. Gamst, Di 10-12 Uhr in MZH 7110
Tel. 218-63731, email: gamst@math.uni-bremen.de